Problema 18.8.1 *(2,5 puntos)* Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

Solución:

x días en Francia, y días en Alemania y z días en Suiza.

$$\begin{cases} (20+20+8)x+(25+15+8)y+(30+25+8)z=765 \\ x+y+z=15 \\ x=2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48x+48y+63z=765 \\ x+y+z=15 \\ x-2z=0 \end{cases} \quad x=6, \ \ y=6, \quad z=3$$

Problema 19.4.1 *(2,5 puntos)* Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros. Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40 % respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

Solución:

Sea x el precio de un bocadillo, y el de un refresco y z el de una bolsa de patatas.

$$\begin{cases} 4x+2y+3z=19 \\ x+z=4 \\ x+y=5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 19 \end{array}\right)=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2-F_1 \\ F_3-4F_1 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right)=$$

$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3-2F_2 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)\Longrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

Problema 19.5.1 *(2,5 puntos)* La aerolínea "Air", para uno de sus vuelos, ha puesto a la venta 12 plazas de Clase Preferente (P), a 250 euros cada una, 36 plazas de Clase Turista (T), a 150 euros cada una, y 72 plazas de Clase Económica (E), a 100 euros cada una. Se sabe que ha vendido el 90 % del total de las plazas, recaudando un importe de 13800 euros.

a) (0,25 puntos) Determine el número total de plazas vendidas.

b) (2,25 puntos) Sabiendo que se han vendido el triple de plazas de clase (T) que de clase (P), obtenga el número de billetes vendidos de cada clase y cuánto dinero se ha recaudado de cada clase.

Solución:
Sea x el número de billetes vendidos de (P), y el número de billetes vendidos de (T) y z el número de billetes vendidos de (E)

a) $12 + 36 + 72 = 120$ plazas ofertadas $\Longrightarrow 0,9 \cdot 120 = 108$ plazas vendidas.

b) $\begin{cases} 250x + 150y + 100z = 13800 \Longrightarrow 5x + 3y + 2z = 276 \\ x + y + z = 108 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 276 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 3F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 0 & -4 & -3 & -324 \\ 0 & -2 & -3 & -264 \end{array}\right) =$$

$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 2F_3 - F_2 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 0 & -4 & -3 & -324 \\ 0 & 0 & -3 & -204 \end{array}\right) \Longrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 30 \\ z = 68 \end{cases}$$

Luego:

- ☛ En clase preferente se recauda: $10 \cdot 250 = 2500$€
- ☛ En clase turista se recauda: $30 \cdot 150 = 4500$€
- ☛ En clase económica se recauda: $68 \cdot 100 = 6800$€

Problema 20.1.1 *(2,5 puntos)* Se quiere construir un invernadero para el cultivo de semillas con ambiente controlado de temperatura, humedad y composición del aire. El aire que hay que suministrar debe contener un 78 % de nitrógeno, un 21 % de oxígeno y un 1 % de argón.

a) (0,5 puntos) Si la capacidad del invernadero es 2000 litros, determine cuántos litros de nitrógeno, cuántos de oxígeno y cuántos de argón son necesarios.

b) (2 puntos) Para suministrar el aire se dispone de tres mezclas gaseosas A, B y C, cuya composición se expresa en la tabla adjunta. Obtenga la cantidad que hay que utilizar de cada mezcla para llenar el invernadero de aire con la composición requerida.

Mezcla	Nitrógeno	Oxígeno	Argón
A	80 %	20 %	0 %
B	70 %	20 %	10 %
C	60 %	40 %	0 %

Solución:

a) Se necesitan: de nitrógeno $2000 \cdot 0,78 = 1560$ l, de oxígeno $2000 \cdot 0,21 = 420$ l y de argón $2000 \cdot 0,01 = 20$ l.

b) Se x el nº litros de mezcla A, y el nº litros de mezcla B y z el nº litros de mezcla C.

$$\begin{cases} 0,8x + 0,7y + 0,6z = 1560 \\ 0,2x + 0,2y + 0,4z = 420 \\ 0,1y = 20 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 1700 \\ y = 200 \\ z = 100 \end{cases}$$

Problema 21.3.1 *(2,5 puntos)* Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A, B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano.

Solución:
Si una acción de B cuesta 1 € $\Longrightarrow$ una acción A cuesta 3 € $\Longrightarrow$ una acción C cuesta 6 €.
Sean x el número de acciones de A, y el número de acciones de B y z el número de acciones de C. Tendremos:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y+z=540 \\ 3x+y+6z=1560 \\ z=\frac{y}{2} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y+z=540 \\ 3x+y+6z=1560 \\ y-2z=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=360 \\ y=120 \\ z=60 \end{array}\right.$$

A cada hermano le corresponderán $\frac{360}{3}=120$ acciones de A, $\frac{120}{3}=40$ acciones de B y $\frac{60}{3}=20$ acciones de C.

Problema 21.6.1 *(2,5 puntos)* Una tienda online de productos gourmet elabora tres tipos de cafés exclusivos, el Gold Cuvée (a 7,85 euros/kg), el Paradiso (a 13,3 euros/kg) y el Cremissimo (a 24,85 euros/kg). Para ello utiliza solo dos tipos de grano, el Arábica y el Robusta. El Gold Cuvée tiene un 90 % de grano tipo Arábica, el Paradiso un 85 % y el Cremissimo un 80 %.
A lo largo de un mes han necesitado utilizar 27,1 kg de grano del tipo Robusta para atender todos los pedidos y han ingresado un total de 3112,5 euros. Sabiendo que se ha vendido doble cantidad de café Cremissimo que de las otras dos especialidades juntas, se pide calcular los kilogramos de grano del tipo Arábica que se han utilizado a lo largo de ese mes.

Solución:
Sean x los kg café Gold Cuvée, y los kg café Paradiso y z los kg café Cremissimo.

$$\left\{\begin{array}{l} 7,85x+13,3y+24,85z=3112,5 \\ 0,1x+0,15y+0,20z=27,1 \\ z=2(x+y) \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 157x+266y+497z=62250 \\ 2x+3y+4z=542 \\ 2x+2y-z=0 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=30 \\ y=22 \\ z=104 \end{array}\right.$$

Los kg de tipo Arábica utilizados son $0,9x+0,85y+0,8z=0,9\cdot 30+0,85\cdot 22+0,8\cdot 104=128,9$ kg.

Problema 21.7.1 *(2,5 puntos)* Tres amigas, Sara, Cristina y Jimena, tienen un total de 15000 seguidores en una red social. Si Jimena perdiera el 25 % de sus seguidores todavía tendría el triple de seguidores que Sara. Además, la mitad de los seguidores de Sara más la quinta parte de los de Cristina suponen la cuarta parte de los seguidores de Jimena. Calcule cuántos seguidores tiene cada una de las tres amigas.

Solución:

Sean x el número de seguidores de Sara, y el número de seguidores de Cristina y z el número de seguidores de Jimena. Tendremos:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y+z=15000 \\ 0,75z=3x \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=\frac{z}{4} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y+z=15000 \\ 4x-z=0 \\ 10x+4y-5z=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2000 \\ y=5000 \\ z=8000 \end{array}\right.$$

Sara tiene 2000 seguidores, Cristina 5000 seguidores y Jimena 8000 seguidores.

Problema 22.1.1 *(2,5 puntos)* En una academia de idiomas se imparten clases de inglés, francés y alemán. Cada alumno está matriculado en un único idioma. El número de alumnos matriculados en inglés representa el 60 % del total de alumnos de la academia. Si diez alumnos de francés se hubiesen matriculado en alemán, ambos idiomas tendrían el mismo número de alumnos. Además, la cuarta parte de los alumnos de inglés excede en ocho al doble de la diferencia entre los alumnos matriculados en francés y alemán. Calcule el número de alumnos matriculados en cada idioma.

Solución:

Sean x número de alumnos de inglés, y número de alumnos de francés y z número de alumnos de alemán.

$$\begin{cases} x = 0,6(x+y+z) \\ y - 10 = z + 10 \\ \frac{x}{4} = 8 + 2(y-z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 3z = 0 \\ y - z = 20 \\ x - 8y + 8z = 32 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 192 \\ y = 74 \\ z = 54 \end{cases}$$

Problema 22.4.1 *(2,5 puntos)* Tres primos, Pablo, Alejandro y Alicia, se van a repartir un premio de 9450 euros de forma directamente proporcional a sus edades. La suma de las edades de Pablo y Alejandro excede en tres años al doble de la edad de Alicia. Además, la edad de los tres primos juntos es de 45 años. Sabiendo que en el reparto del premio la diferencia entre lo que recibe Pablo y lo que recibe Alicia es de 420 euros, calcule las edades de los tres primos y el dinero que recibe cada uno por el premio.

Solución:

Sean x la edad de Pablo, y la edad de Alejandro y z la edad de Alicia.
El reparto proporcional a la edad sería:

$$\frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} + \frac{z}{x+y+z} = 1 \Longrightarrow \frac{x}{45} + \frac{y}{45} + \frac{z}{45} = 1$$

Tenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + y = 2z + 3 \\ \dfrac{9450x}{45} - \dfrac{9450z}{45} = 420 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + y - 2z = 3 \\ x - z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 15 \\ z = 14 \end{cases}$$

Pablo tiene 16 años, Alejandro tiene 15 años y Alicia 14 años. El reparto será:

Pablo recibe $\dfrac{16 \cdot 9450}{45} = 3360$€

Alejandro recibe $\dfrac{15 \cdot 9450}{45} = 3150$€

Alicia recibe $\dfrac{14 \cdot 9450}{45} = 2940$€

Problema 22.7.1 *(2,5 puntos)* En una estantería de una biblioteca hay ensayos, novelas y biografías. Tres de cada dieciséis libros de la estantería son ensayos. Las biografías junto con la tercera parte de los ensayos exceden en dos a las novelas. Si retiráramos la mitad de los ensayos y la quinta parte de las novelas quedarían ciento cinco libros. Calcule el número de libros de cada clase que hay en la estantería.

Solución:

Sean x número de ensayos, y número de novelas y z número de biografías.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{16}(x+y+z) = x \\ z + \dfrac{1}{3}x = 2 + y \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{4y}{5} + z = 105 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -13x + 3y + 3z = 0 \\ x - 3y + 3z = 6 \\ 5x + 8y + 10z = 1050 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 55 \\ z = 49 \end{cases}$$

La estantería tiene 24 ensayos, 55 novelas y 49 biografías.

Problema 22.10.1 *(2,5 puntos)* Los precios de las entradas para un musical son 8 euros para los asistentes menores de 18 años, 25 euros para los adultos de menos de 60 años, y 10 euros para aquellos de al menos 60 años. Tras el concierto, se sabe que se han vendido tantas entradas de 25 euros como de las otras dos categorías juntas; y también que ha habido 9 asistentes menores de edad por cada uno de aquellos de al menos 60 años. Si la recaudación final fue de 8300 euros, calcule el número de asistentes de cada rango de edad.

Solución:
Sean x número de asistentes menores, y número de asistentes adultos menores de 60 años y z número de asistentes mayores de 60 años.

$$\left\{\begin{array}{c} y = x + z \\ x = 9z \\ 8x + 25y + 10z = 8300 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x - y + z = 0 \\ x - 9z = 0 \\ 8x + 25y + 10z = 8300 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 225 \\ y = 250 \\ z = 25 \end{array}\right.$$

Ha habido 225 asistentes menores, 250 asistentes adultos menores de 60 años y 25 asistentes adultos mayores de 60 años.

Problema 23.3.1 *(2,5 puntos)* En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 24 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10 % de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?
Solución:
Sean x el número camiones tipo A, y el número camiones tipo B y z el número camiones tipo C.

$$\left\{\begin{array}{c} 14x + 24y + 28z = 302 \\ 1 + x = y + z \\ 0,1 \cdot 24y = \dfrac{1}{7} \cdot 28z \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} 7x + 12y + 14z = 151 \\ x - y - z = -1 \\ 3y - 5z = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 7 \text{ tipo } A \\ y = 5 \text{ tipo } B \\ z = 3 \text{ tipo } C \end{array}\right.$$

Tenemos:

$$\left\{\begin{array}{l} 7 \cdot 14 = 98 \text{ Tm} \\ 5 \cdot 24 = 120 \text{ Tm} \\ 3 \cdot 28 = 84 \text{ Tm} \end{array}\right.$$

Problema 23.6.1 (2,5 puntos) Un dietista veterinario ha establecido la alimentación diaria (en términos de grasas, carbohidratos y proteínas) de un quebrantahuesos pirenaico que se ha recogido en el hogar de recuperación de fauna en el que trabaja. Se sabe que el quebrantahuesos necesita 500 g de alimento al día y que necesita 2500 Kcal. También se sabe que cada gramo de grasa proporciona 9 Kcal, cada gramo de carbohidratos 4 Kcal y cada gramo de proteínas 4 Kcal. Debido a que el ave ha llegado en un estado de debilidad, el veterinario estima que el consumo de carbohidratos debe ser 40 g más del doble de proteínas. Determine la cantidad de kilocalorías diaria que obtendrá el quebrantahuesos procedentes de grasas, de carbohidratos y de proteínas.
Solución:
Sean x gramos de grasas, y gramos de carbohidratos y z gramos de proteínas.

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+4y+4z=2500 \\ y=40+2z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+4y+4z=2500 \\ y-2z=40 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x=100 \text{ gramos} \\ y=280 \text{ gramos} \\ z=120 \text{ gramos} \end{cases}$$

Por Gauss:

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 9 & 4 & 4 & 2500 \\ 0 & 1 & -2 & 40 \end{array}\right)=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2-9F_1 \\ F_3 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -5 & -5 & -2000 \\ 0 & 1 & -2 & 40 \end{array}\right)=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 5F_3+F_2 \end{array}\right]=$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -5 & -5 & -2000 \\ 0 & 0 & -15 & -1800 \end{array}\right) \Longrightarrow \begin{cases} -15z=-1800 \Longrightarrow z=120 \\ -5y-600=-2000 \Longrightarrow y=280 \\ x+280+120=500 \Longrightarrow x=100 \end{cases}$$

La solución sería:

$$\begin{cases} 100\cdot 9=900 \text{ Kcal de las grasas} \\ 280\cdot 4=1120 \text{ Kcal de los carbohidratos} \\ 120\cdot 4=480 \text{ Kcal de las proteínas} \end{cases}$$

Problema 24.1.1 *(2,5 puntos)* La primera interpretación en EE.UU. de la octava sinfonía de Mahler tuvo lugar en Filadelfia en 1916 con la participación de una orquesta, dos coros con el mismo número de miembros, un tercer coro infantil y, además, ocho cantantes solistas invitados especialmente y que no pertenecían a ninguno de los coros. La décima parte del número total de intérpretes de los tres coros era menor en 15 unidades al de miembros de la orquesta. Los miembros de cada uno de los dos coros no infantiles superaban en 140 unidades a la suma de componentes del coro infantil y los de la orquesta. El número de miembros de la orquesta excedía en 21 unidades a la doceava parte del total de intérpretes. ¿Cuántos intérpretes tenían la orquesta y cada uno de los coros? ¿Cuántos intérpretes había en total?
Solución:
Sean x el número de intérpretes de la orquesta, y el número de intérpretes de cada coro y z el número de intérpretes del coro infantil.

$$\begin{cases} \dfrac{2y+z}{10}+15=x \\ y=140+z+x \\ x-21=\dfrac{x+2y+z+8}{12} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 10x-2y-z=150 \\ x-y+z=-140 \\ 11x-2y-z=260 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x=110 \text{ intérpretes} \\ y=400 \text{ intérpretes} \\ z=150 \text{ intérpretes} \end{cases}$$

La orquesta tiene 110 intérpretes, cada coro 400 y el coro infantil 150. El total de intérpretes es: $x+2y+z+8=110+800+150+8=1068$ intérpretes.